

# 製品切替戦略に関する最適停止理論的研究

慶應義塾大学経済学部 藤田 康範

## Product Switching Strategy Reconsidered Based on Optimal Stopping Theory

Keio University Yasunori Fujita

本研究は、商品企画戦略を策定する上での最適停止理論の可能性を提案することを目的とするものである。特に、利潤が確率的に変動する下で複数の製品を生産し、それぞれについて逐次的に新モデルを投入／撤退する企業を分析対象とし、各モデルの投入／撤退の最適時期を導出し、その解と市場競争の活発化や製品間の代替性や補完性の変化との関係を明らかにする。

本研究での分析により、競争が激しい場合には製品周期が短く、競争が緩い場合には製品周期が長くなること、また、生産・販売している製品の間での代替性が強まると製品周期が短くなり、補完性が強まると製品周期が長くなることが明らかとなる。

In accordance with recent shortening of product lifecycles, product planning has been drawing more and more attention. That is, product planning is now considered as one of the chief factors for the competitive advantage.

The present study is an attempt to shed new light on this field by making use of an optimal stopping theory. In the following, we pay attention to a firm that produces multiple goods under uncertainty and construct a model based on the optimal stopping theory. Among the product planning, we focus on product switching strategy.

It is revealed that the firm should make the product cycle short if (1) severe competition prevails in the market or (2) the firm's products are mutually substitutable.

Key words: multiple goods, substitutable, complementary, stochastically fluctuating economy

## 1. 問題の所在

企業が競争優位を維持するためには、市場の潜在的なニーズを製品化して市場に投入することが必要である。特に、製品寿命が短縮している今日においてはなおさらであり<sup>1</sup>、新製品を時宜を得て創成する力、すなわち製品企画力が競争優位を維持するために不可欠となっている。

しかも、ビジネスを取り巻く不確実性の増加は顕著である。将来状態についての可能性が複数あり、それらのどれが実現されるのかが確率的となっている。

本研究では、このような状況における製品企画のあり方、中でも、製品切替戦略のあり方について分析することを試みる<sup>2</sup>。

製品切替戦略に関する研究は、Dean(1950)やForrester(1959)によって礎を築かれ、近年では、森・後藤(2003)により一層の進展がはかられている。同論文は、これまで個々に構築されてきた諸理論を統合して、確実性下における製品切替の性質を数値シミュレーションによって分析しているのである<sup>3</sup>。

本研究では、不確実性下で複数の製品について逐次的に新モデルを投入している状況を分析対象とし、森・後藤(2003)に新たな視点を提供することを試みる。すなわち、森・後藤(2003)に不確実性を組み込み、さらに新モデルの逐次的投入状況を最適停止理論に基づいて定式化する<sup>4</sup>。その上で、各モデルの投入／撤退の最適時期を導出し、外生的変化が最適時期に与える影響を分析する。本研究では、外生的変化として、競争の活発化、および製品間の代替性や補完性の変化を取り上げる。

以下では、第2節で分析の枠組みを設定し、第3節で製品切替の最適時期を導出する。それらの分析結果に基づいて、第4節で、製品切替の最適時期の性質を明らかにする。最後に第5節で、本研究の結果を要約し、展望を述べる。

## 2. 分析の枠組み

0期から無限の将来に向かって連続的に時間が推移する通時的経済において、2つの製品（第1製品、第2製品）を生産し、それぞれの製品について、逐次的に新モデルを投入す

---

<sup>1</sup> 製品寿命の短期化を象徴する表現としては、圓川・安達（1997）が論じているように、「一本かぶり」や「6・3・3制」が代表的である。前者は、特定の新品に人気集中し、しかもそれらが短期間に入れ替わる現象を意味している。後者は、主に電子機器製品についての表現であり、製品開発に6ヶ月を要しても、当初の価格で販売される期間は3ヶ月であり、残りの3ヶ月は価格を下げた販売せざるを得ないことを意味している。

<sup>2</sup> 日本企業が商品企画戦略を重視すべきことを提唱する最近の研究としては、飯沼（2003）や松島（2004）が代表的である。

<sup>3</sup> 同論文は、マーケティングの理論、需要予測の理論、新製品普及の理論、生産管理の理論、切替費用の理論等を統合したモデルを構築している。

<sup>4</sup> 最適停止理論は、リアル・オプション理論に活用されており、経営の意思決定の柔軟化への手がかりを与えている。すなわち、投資の判断を初期段階ではなくて遂行過程で下すこと、事業の撤退・拡大を含めた経営判断を行うこと等を可能にしている。

最適停止理論に関する研究書としては、Dixit and Pindyck（1994）が代表的であり、企業行動への応用分析としては、未開発油田の価値とその開発タイミングについて分析した Paddock, Siegel, and Smith（1988）、IT投資の最適タイミングを分析した Farzin, Huisman, and Kort（1998）、日本企業の輸出行動へ応用した Dixit（1989）等が挙げられる。本研究は、商品企画戦略を策定する上で最適停止理論が有用であることを提案するものである。

る企業を分析対象とする。当該企業の目的については、期待利潤の現在割引価値の総和の最大化と設定する。

第1製品についても第2製品についても0番目の製品の投入時期を0期と基準化し、それ以降については、第*j*製品 ( $j \in \{1,2\}$ ) について、(*i-1*)番目のモデルの投入時期と*i*番目のモデルの投入時期の間を  $T_i$ 、(*i+1*)番目のモデルの投入時期と*i*番目のモデルの撤退時期の間を  $t_i$ とする。すなわち、当該企業は*i*番目のモデルを  $\sum_{k=1}^i T_k^j$  期に市場に投入して  $\sum_{k=1}^{i+1} T_k^j + t_i$ 期まで販売し続けるものとする。

第1製品についても第2製品についても、*i*番目のモデルが市場に投入されてから(*i+1*)番目のモデルが投入されるまでの間を新製品、(*i+1*)番目の製品が投入されてからを旧製品と定義する。すなわち、*i*番目のモデルは、 $[\sum_{k=1}^i T_k^j, \sum_{k=1}^{i+1} T_k^j]$ の期間においては新製品であり、

$[\sum_{k=1}^i T_k^j, \sum_{k=1}^{i+1} T_k^j + t_i]$ の期間においては旧製品である。

以下では、対称的な解を仮定し、第*j*製品 ( $j \in \{1,2\}$ ) について、 $R_1^* = R_2^* = \dots = R^*$ 、 $r_1^* = r_2^* = \dots = r^*$ および  $C_1 = C_2 = \dots = C$ を仮定する。

第1製品については、各モデルのために  $C^1$ の費用を投じると、販売当初の利潤は  $R^1(C^1)$   $\nu R^1(C^1)$ となり、その後は(1)式の幾何ブラウン過程に従って減少するものとする。ここで  $\nu$ は第1製品と第2製品の間での代替・補完関係を表す定数である。 $\nu$ が負の時は両製品が代替的であることを、 $\nu$ が正の時は両製品が補完的であることを、 $\nu$ がゼロの時は両製品が独立的であることを表している。

$$dR = -\mu R dt + \sigma R dZ - R dq \quad (1)$$

ここで、 $\mu$ 、 $\sigma$ 、 $dZ$ 、 $dq$ は、それぞれ、平均、分散、ウィナー過程、ポアソン過程を表している。ポアソン過程については、ある時点で、発生確率 $\lambda$ のポアソン過程に従って利潤が  $(1-\eta)$  倍に減少するものと仮定する。ここで、 $\lambda$  および  $\eta$ は、それぞれ、0以上1以下の定数である。以下では、競争が激しいことを  $\eta$ が大きいと捉えることとする。

第2製品についても同様に、各モデルのために  $C^2$ の費用を投じると、販売当初の利潤は  $R^2(C^2)$   $\nu R^2(C^2)$ となり、その後は(1)式の幾何ブラウン過程に従って減少するものとする。

上述のように、当該企業は各製品について逐次的に新モデルを投入する。本研究では、この状況を、第*j*製品 ( $j \in \{1,2\}$ ) について、各モデルが新製品の時に得られる利潤が  $R^*$ に減少した時に次のモデルを投入すると設定する。製品の旧製品化に伴う利潤の変化については、旧製品となると利潤は  $\theta R^*$ へと不連続に減少し、それ以降は、(1)式の幾何ブラウン過程に従うものと仮定する。当該企業は旧製品からの利潤が  $r^*$ に減少した時にそのモデルを市場から撤退するものとする。

各製品からの利潤の時系列的推移は図 1 のように表される。

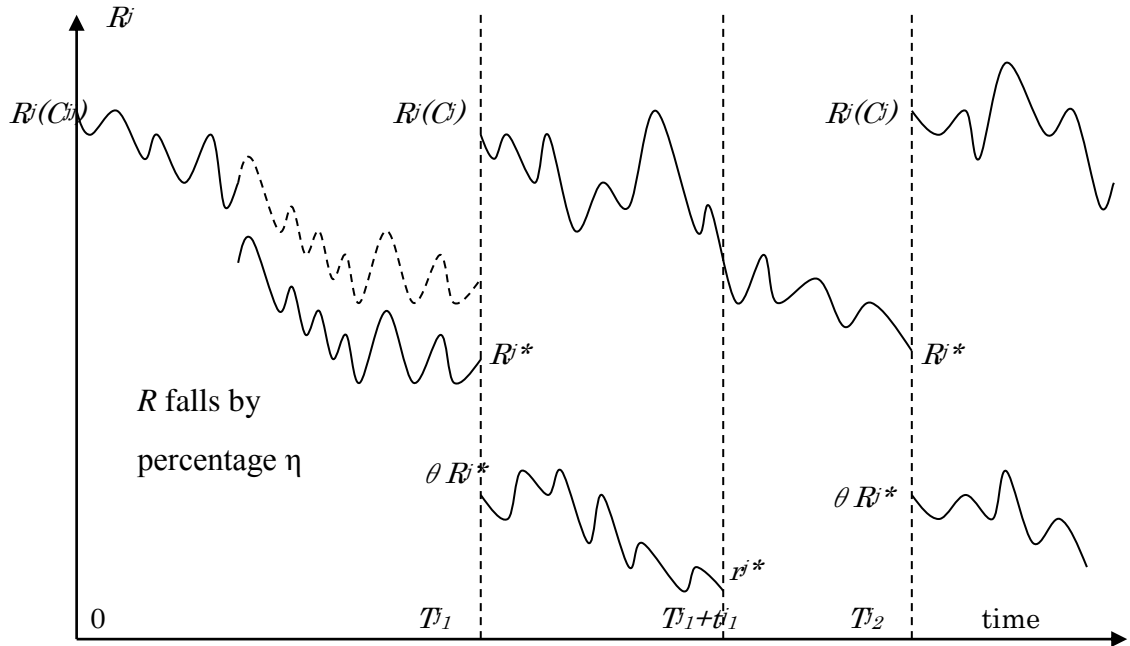


Figure 1 Time series of the profits

$R^j*$ および  $r^j*$ の最適値を求めることが本研究の課題である。

### 3. 製品切替時期の最適値の導出

本節では、製品切替時期の最適値を導出しよう<sup>5</sup>。

まず、第  $j$  製品の第  $i$  モデルからの利潤が初めて  $R^j*$ となった時点での 1 単位の金額をそのモデルの投入期において評価した値を  $G(R^j(C^j) \nu R^i(C^i))$ と表記すると、そのモデルの投入期が  $\sum_{k=0}^{i-1} T_k$  期であることを注意することにより、

$$G(R^j(C^j) \nu R^i(C^i)) = E\left(\sum_{k=1}^i T_k\right) \left[ e^{-(\mu+\rho)T^j} \mid R\left(\sum_{k=1}^i T_k\right) = R^j(C^j) \nu R^i(C^i) \right]$$

と表現できる。ここで、 $T^j$  ( $j \in \{1, 2\}$ ) は、上述の通り、第  $j$  製品の第  $i$  モデルを投入してから利潤がはじめて  $R^j*$ となるまでの期間である。

従って、 $G(R^j(C^j) \nu R^i(C^i))$ の一般解は、 $\alpha_1 > 0$  および  $\alpha_2 < 0$  を  $\frac{1}{2} \sigma^2 x(x-1) - \mu x - (\rho + \lambda) + \lambda(1-\eta)^x = 0$  の解として、 $G(R^j(C^j) \nu R^i(C^i)) = A\{R^j(C^j) \nu R^i(C^i)\}^{\alpha_1} + B\{R^j(C^j) \nu R^i(C^i)\}^{\alpha_2}$  と表現される。

ここで、 $G(R^j(C^j) \nu R^i(C^i))$ は境界条件  $G(\infty) = 0$  および  $G(R^j*) = 1$  を満たすので、 $A = 0$  およ

<sup>5</sup> 本節での分析は、Dixit and Pindyck (1994) に代表される最適停止問題の解法に従っている。

び  $B = \left(\frac{1}{R_i^*}\right)^{\alpha_2}$  が得られる。したがって、 $G(R^2(C^2) \nu R^1(C^1)) = \left(\frac{R^2(C^2) \nu R^1(C^1)}{R^1 *}\right)^{\alpha_1}$  となり、

—  $\alpha_2$  を  $\alpha$  と表記することにより、 $G(R^2(C^2) \nu R^1(C^1)) = \left(\frac{R^1 *}{R^2(C^2) \nu R^1(C^1)}\right)^{\alpha}$  が得られる。

ここで、第  $i$  モデルが新製品の間の利潤を  $\sum_{k=1}^i T^j_k$  期で評価した値の総和、すなわち  $\sum_{k=1}^i T^j_k$  期から  $\sum_{k=1}^{i+1} T^j_k$  期までの間の利潤を  $\sum_{k=1}^i T^j_k$  期で評価した値の総和を  $N^j_i(\sum_{k=1}^i T^j_k)$  と表記すると、

$$N^j_i(\sum_{k=1}^i T^j_k) = \frac{1}{\mu + \rho} R^2(C^2) \nu R^1(C^1) \left\{ 1 - \left(\frac{R^1 *}{R^2(C^2) \nu R^1(C^1)}\right)^{\alpha} \right\}. \quad (2)$$

となる。ただし、 $\alpha$  は  $\frac{1}{2} \sigma^2 x(x-1) - \mu x - (\rho + \lambda) + \lambda(1-\eta)^x = 0$  の負の解の絶対値である。

同様に、第  $i$  モデルが旧製品になってからの利潤を  $\sum_{k=1}^{i+1} T^j_k$  期で評価した値の総和、すなわち、 $\sum_{k=1}^{i+1} T^j_k$  期から  $\sum_{k=1}^{i+1} T^j_k + t_i$  期までの間の利潤を  $\sum_{k=1}^{i+1} T^j_k$  期で評価した値の総和を  $O^j_i(\sum_{k=1}^{i+1} T^j_k)$  と表記すると

$$O^j_i(\sum_{k=1}^{i+1} T^j_k) = \frac{1}{\mu + \rho} \theta R^j * \left\{ 1 - \left(\frac{r^j *}{\theta R^j *}\right)^{\alpha} \right\} \quad (3)$$

となる。

以上より、第 1 製品からの利潤の現在価値の総和  $V^1(R^1 *, r^1 *)$  は、

$$\begin{aligned} & V^1(R^1 *, r^1 *) \\ &= \left\{ \frac{1}{\mu + \rho} R^2(C^2) \nu R^1(C^1) - \frac{C^1(R^2(C^2) \nu R^1(C^1))^{\alpha}}{(R^2(C^2) \nu R^1(C^1))^{\alpha} - R^1 *^{\alpha}} \right\} \\ &+ \frac{\theta}{\mu + \rho} \left\{ R^1 *^{\alpha+1} - \left(\frac{r^1 *}{\theta}\right)^{\alpha} R^1 * \right\} \frac{1}{(R^2(C^2) \nu R^1(C^1))^{\alpha} - R^1 *^{\alpha}} \quad (4) \end{aligned}$$

となり、同様に、第 2 製品からの利潤の現在価値の総和  $V^2(R^2 *, r^2 *)$  は、

$$\begin{aligned} & V^2(R^2 *, r^2 *) \\ &= \left\{ \frac{1}{\mu + \rho} R^1(C^1) \nu R^2(C^2) - \frac{C^2 R^1(C^1) \nu R^2(C^2)^{\alpha}}{(R^1(C^1) \nu R^2(C^2))^{\alpha} - R^2 *^{\alpha}} \right\} \\ &+ \frac{\theta}{\mu + \rho} \left\{ R^2 *^{\alpha+1} - \left(\frac{r^2 *}{\theta}\right)^{\alpha} R^2 * \right\} \frac{1}{(R^1(C^1) \nu R^2(C^2))^{\alpha} - R^2 *^{\alpha}} \quad (5) \end{aligned}$$

となる。

$R^1*$ および $r^1*$ の最適値を求めるために、 $V^1(R^1*, r^1*) + V^2(R^2*, r^2*)$ を $R^1*$ および $r^1*$ で微分してゼロとおくと、それぞれは

$$-C^1\{R^2(C^2)^{\nu} R^1(C^1)\}^{\alpha} \alpha R^{1*\alpha-1} + \frac{\theta}{\mu+\rho} \left\{ (\alpha+1) R^{1*\alpha} - \left(\frac{r^1*}{\theta}\right)^{\alpha} \right\} \{R^2(C^2)^{\nu} R^1(C^1)\}^{\alpha} - R^{1*\alpha} \} + \frac{\theta}{\mu+\rho} \left\{ R^{1*\alpha+1} - \left(\frac{r^1*}{\theta}\right)^{\alpha} R^1* \right\} \alpha R^{1*\alpha-1} = 0 \quad (6)$$

$$-\frac{\alpha}{\mu+\rho} \left(\frac{r^1*}{\theta}\right)^{\alpha-1} R^1* = 0 \quad (7)$$

となる。(7)式より  $r^1*=0$  が得られ、この関係を(6)式に代入することにより、 $R^1*$ が満たすべき条件が

$$\alpha R^{1*} \left\{ (\alpha+1) - \left(\frac{R^1*}{R^2(C^2)^{\nu} R^1(C^1)}\right)^{\alpha} \right\} = (\mu+\rho) \alpha C^1 \quad (8)$$

に帰着し、この方程式を満たす値として $R^1*$ の最適値が定まる。

同様に、 $R^2*$ および $r^2*$ の最適値を求めるために、 $V^1(R^1*, r^1*) + V^2(R^2*, r^2*)$ を $R^2*$ および $r^2*$ で微分してゼロとおくと、 $r^2*=0$  が得られ、 $R^2*$ が満たすべき条件が

$$\alpha R^{2*} \left\{ (\alpha+1) - \left(\frac{R^2*}{R^1(C^1)^{\nu} R^2(C^2)}\right)^{\alpha} \right\} = (\mu+\rho) \alpha C^2 \quad (9)$$

に帰着し、この方程式を満たす値として $R^2*$ の最適値が定まる

(9)式の左辺をLH、右辺をRHと表記すると、図2が示すように、LHは上に凸な曲線として描かれ、RHは水平線として描かれ $R^2*$ の最適値は両者の交点として定まる。2階の条件より、2つの値のうち、小さい値に定まる。

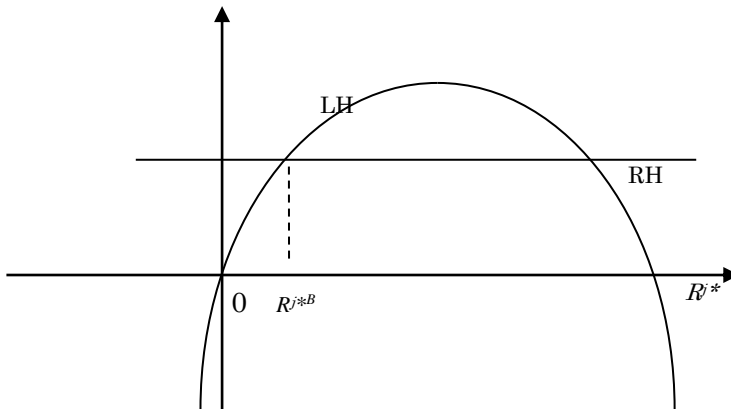


Figure2 Optimal value of  $R^2*$

#### 4.製品切替時期の性質

以上の分析結果に基づいて、本節では、外生的変化が最適時期に与える影響を明らかにする。以下では、外生的変化として、競争の活発化、および製品間の代替性や補完性の変化を取り上げよう。

まず、競争の活発化が最適時期に与える影響については、上述のように、本研究においては、競争が激しいことを  $\eta$  が大きいと捉えているので、 $\eta$  が  $R^{j*}$  に与える影響を調べることによって分かる。そこで(7)式を微分して整理すると、 $\frac{\partial R^{j*}}{\partial \eta} > 0$  が得られる。

図解は図 3 の通りである。すなわち、 $\eta$  が増加すると、(7)式の左辺が減少し、右辺が増加するので、図 3 が示すように、LH 線は下方シフト、RH 線は上方シフトとなって<sup>6</sup>、 $R^{j*B}$  は  $R^{j*B'}$  へと増加する。

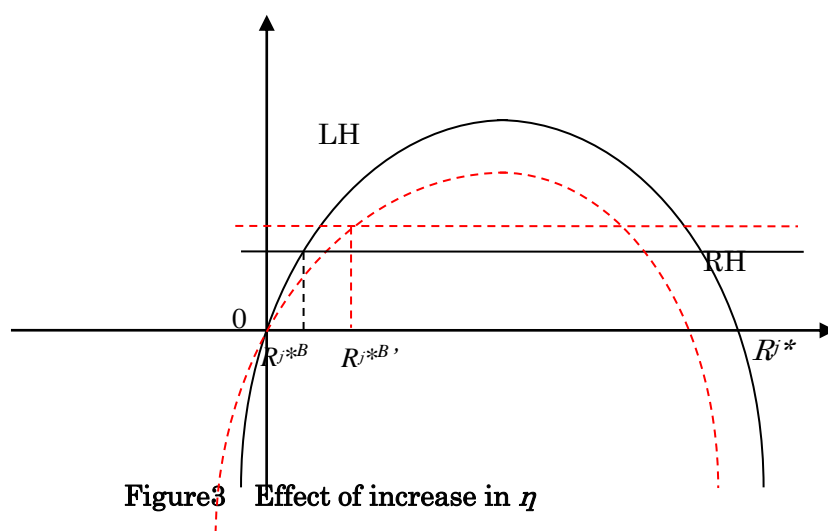


Figure 3 Effect of increase in  $\eta$

したがって、以下の分析結果が得られる。

### 分析結果 1:

競争が激しい場合には、そうでない場合に比べて、高い利潤において新製品を投入すべきである。

高い利潤で新製品を投入することは、製品周期が短いことを意味しているので、この分析結果は、競争が激しい場合には、製品周期が短く、競争が緩い場合には、製品周期が長くなることを意味している。

他方、製品の代替・補完性が製品切替の最適時期に与える影響については、 $v$  が  $R^{j*}$  に与える影響を調べることによって分かる。そこで(8)式を微分して整理すると、 $\frac{\partial R^{1*B}}{\partial v} < 0$  が得られる。同様に、 $v$  が  $R^{2*B}$  に与える影響については、(9)式を微分して整理することによ

<sup>6</sup>  $\alpha$  は定義により、 $\frac{1}{2} \alpha^2 x(x-D) \cdot \mu x(\rho+\lambda) + \lambda(1-\eta)^x = 0$  の負の解の絶対値であるので、 $\eta$  の増加によって  $\alpha$  は減少する。

り、 $\frac{\partial R^{*B}}{\partial \nu} < 0$  が得られる。

図解は図 4 の通りである。すなわち、 $\nu$  が増加すると、(8)式の左辺が増加し、右辺は不変であるので、LH 線は上方にシフトし、RH 線は不変であり、 $R^{*B}$  は  $R^{*B}$  へと減少する。

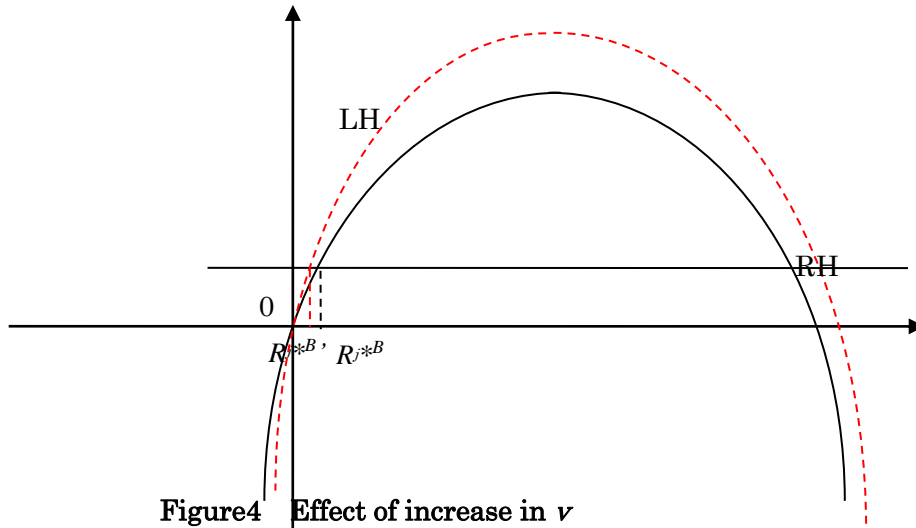


Figure4 Effect of increase in  $\nu$

したがって、以下の分析結果が得られる。

### 分析結果 2:

各製品の補完性が強い場合には、そうでない場合に比べて、低い利潤において新製品を投入すべきである。

この分析結果は、生産・販売している製品の間で補完性が強まると、製品周期が長くなり、代替性が強まると、製品周期が短くなることを示している。

### [数値例]

ここで、想定例として、定数や関数を  $\sigma = \frac{1}{\sqrt{2}}$ ,  $\mu = 1$ ,  $\rho = 0.875$ ,  $\lambda = 0.625$ ,  $\eta = 0$ ,  $\theta = 0.5$ ,

$R^1(C^1) = R^2(C^2) = 16$ ,  $\nu = 0.5$  and  $C^1 = C^2 = 8$  と特定化し、case0 と名づけよう。この時、まず  $\alpha$  が  $\frac{1}{2} \sigma^2 x(x-1) - \mu x - (\rho + \lambda) + \lambda(1-\eta)x = 0$  の負の解の絶対値であることより、 $\alpha = 0.5$  が得られる。

また、 $R^1(C^1) = R^2(C^2) = 16$  および  $\nu = 0.5$  を  $R^2(C^2) \vee R^1(C^1)$  および  $R^1(C^1) \vee R^2(C^2)$  に代入することにより、 $R^2(C^2) \vee R^1(C^1) = R^1(C^1) \vee R^2(C^2) = 64$  が得られる。さらに、これらの値を(8) および (9) に代入することにより、 $R^{*B} = R^{*B} \doteq 10.34$  が得られる。

ここで、他を一定として  $\eta$  を 1 に変化させた場合を case1 とし、そこからさらに  $\nu$  を 1



に変化させた場合を case2 として、同様の計算を行うことにより、Table 1 が得られる。

Table 1. Dependence of  $R^*$  on  $\eta$  and  $\nu$

	$\eta$	$\nu$	$R^{j*B}$
Case0	0	0.5	14.7
Case1	1	0.5	17.4
Case2	1	1	7.6

Case0 と Case1 の比較により、 $\eta$  の増加に伴って  $R^*$  が増加することがわかり、分析結果 1 が確認される。同様に、Case1 と Case2 の比較により、 $\nu$  の増加に伴って  $R^*$  が減少することがわかり、分析結果 2 が確認される。

## 5. 結び

本研究では、確率的に利潤が変動する下で複数の製品を生産し、逐次的に新モデルを投入している状況を最適停止理論に基づいて定式化し、各モデルの投入／撤退の最適時期を導出した。

本研究での分析により、競争が激しい場合には、製品周期が短く、競争が緩い場合には、製品周期が長くなること、また、生産・販売している製品の間で代替性が強まると製品周期が短くなり、補完性が強まると製品周期が長くなることが明らかとなった。

Christopher, Lowson and Peck (2004)、Ferdows, Lewis and Machuca (2004)等により、衣料需要の特徴として、不確実性の強さや予測の困難さが挙げられている。利潤の確率の変動を考慮に入れた本研究のモデルはそのような衣料市場を分析する上で有用であると考えられる。また、競争が激しいが利潤低下が起きない最近の白物家電、あるいは富裕層向けの高級車市場でのモデル投入についても、利潤の減少率を表す定数  $\mu$  をゼロに近づけることにより分析可能である。ただし、本研究は、商品企画戦略を策定する上で最適停止理論を活用可能であることを提案するものであり、モデルは簡素なものとなっている。各市場の特質を考慮に入れたモデル化、競争相手の明示的なモデル化、データによる検証等による分析の精密化等については今後の課題としたい。

## 参考文献

- 飯沼規予彦 (2004) 「商品企画に適用する IT 支援システムの研究」2004 年ビジネスモデル学会年次大会報告論文
- 圓川隆夫・安達俊行 (1997) 「製品開発論」日科技連出版社.
- 松島克守 (2004) 『MOT の経営学』日経 BP
- 森雅俊・後藤正幸 (2003) 「製品切換えにおける生産・販売の統合的意思決定モデルの研究」

『日本経営工学会論文誌』 54 卷 1 号 pp.26-35

Christopher, M., Lawson R. and Peck H.(2004) "Creating agile supply chains in the fashion industry", *International Journal of Retail and Distribution Management*, Vol.32, No.8/9, pp. 367-377.

Dean, J. (1950),"Pricing Policies for New Products", *Harvard Business Review*, Vol.28, November, pp.45-50.

Dixit, A.K.(1989), "Hysteresis, Import Penetration, and Exchange Rate Pass Through," *Quarterly Journal of Economics*, 104, pp. 202-228

Dixit, A.K., and Pindyck, R.S. (1994), *Investment under Uncertainty*. Princeton University Press, Princeton, New Jersey,

Farzin, Y. H., K.J.M.Huisman and P.M.Kort (1988), "Optimal Timing of Technology Adoption," *Journal of Economic Dynamics and Control*, 22 pp. 779-799

Ferdows, K. Lewis, M.A. and Machuca, J.A.D. (2004) 'Rapid-fire fulfillment', *Harvard Business Review*, Vol. 82, No.11, pp. 104-110.

Forrester, J.W. (1959),"Advertising: A Problem in Industrial Dynamics", *Harvard Business Review*, Vol.37. March, pp.100-110

Paddock J. L., Siegel D.R. and Smith J.L.(1988), "Option Valuation of Claims on Real Asset: The Case of Offshore Petroleum Leases," *Quarterly Journal of Economics*,103 pp. 479-508